

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ЗОЛОТОЕ РУНО.

6 класс. Комбинаторика–2. 1 июня 2009.

1. В ряд стоят 2009 детей, причем у каждого из них (кроме двух крайних, разумеется) соседи разного пола. Какое наибольшее количество мальчиков может среди них быть?

2. Имеются чашечные весы и 100 гирь разного веса и размера. Известно, что чем гиря больше, тем она тяжелее, но никто не знает их точных весов. Гири по очереди ставятся на чашки весов (на каждом шаге со стола берётся любая гиря и ставится на любую чашку весов). Барон Мюнхгаузен утверждает, что сможет ставить гири на весы так, что сначала 99 раз перевесит левая чашка, а последний раз — правая. Не обманывает ли барон?

3. Можно ли расположить на бесконечном клетчатом листе 2009 прямоугольников 1×2 так, чтобы каждый прямоугольник имел ровно по одной общей вершине с двумя другими прямоугольниками (и не имел с ними других общих точек), а с остальными прямоугольниками не имел вообще никаких общих точек?

4. Двое игроков по очереди берут камешки из кучки, в которой вначале лежит 2008 камешков. Первый игрок может брать своим ходом 1 или 4 камешка, а второй — 1 или 3 камешка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

5. В очки 165 жителей Изумрудного города вставлено по 110 зеленых, розовых и голубых стекол. Эти жители встали по кругу так, что любые два соседа не носят стекол одинакового цвета. Какое максимальное число жителей может носить очки с разноцветными стеклами?

6. Каких пятизначных чисел больше: тех, цифры которых возрастают слева направо, или тех, цифры которых не убывают слева направо и не превосходят 5?

7. В стране 2009 городов, некоторые из которых соединены дорогами. Из 2008 городов выходит по 200 дорог, а из одного только 2. Министерство транспорта решило продать все дороги 200 частным компаниям так, чтобы никакая компания не владела двумя дорогами, выходящими из одного города. Докажите, что у него это не получится.